

1. kapitola

Ako zachytiť pohyb

Matematika sa začala rozvíjať s príchodom veľkých civilizácií. Keď v jednom meste býva niekoľko tisíc ľudí, situácia si vyžaduje oveľa väčšie a podrobnejšie plánovanie, než keď bývajú tri rodiny pokope niekde na samote. Ak sa totiž veci nenaplánujú dostatočne starostlivo, ľudia si prejedú zásoby, začnú si skákať po hlavách, nebudú mať čo piť a utopia sa v splaškoch. A súčasťou takéhoto plánovania pre veľké počty ľudí sa nutne stalo počítanie. Počítali sa zásoby, stavebný materiál, počet mužov schopných slúžiť v armáde či peniaze.

Matematika bola uchovávaná ako vzácne poznanie a odovzdávaná z generácie na generáciu. Pekným svedectvom o tom je Rhindov papyrus, ktorý bol napísaný v Egypte približne v roku 1650 pred Kristom a zhŕňa dobové matematické poznatky. A keď autor opisuje čitateľovi, čo v zvitku nájde, tak ako nadpis zvitku použije nasledujúcu vetu: „Presné výpočty na prešetrenie vecí, poznanie všetkých vecí, záhad a všetkých tajomstiev.“

Veľký zlom v histórii matematiky nastal v období antického Grécka. Grékom totiž prestalo stačiť, že niektoré zákonitosti v matematike odpozorovali a iné sa dozvedeli od predkov. Chceli vedieť, prečo matematika funguje. A tak vymysleli dôkazy a dokazovanie. Umenie dôkazu doviedli do dokonalosti a celú geometriu dokázali odvodiť z niekoľkých základných princípov a piatich axiém.

Geometria je krásna a Gréci ju robili brilantne. Problém je ale v tom, že geometria sama o sebe pôsobí statickým dojmom. Je o vzťahoch medzi hotovými objektami. Pohyb Gréci s jej pomocou nezachytili. To sa podarilo až časti matematiky, ktorá je dnes známa ako matematická analýza a o ktorej bude rozprávať celý tento kurz.

To, že sa grécki matematici do riešenia úloh o pohybe príliš nepúšťali, má niekoľko príčin. Jednou z nich sú paradoxy, ktoré vymyslel filozof Zenon z Eley. Zenon sa k veci postavil ako chlap a drsne vyhlásil, že žiadny pohyb neexistuje a že to, čo vidíme okolo seba je iba šaľba zmyslov. A uvádzal pre to pádne dôvody. Napríklad takýto: „Zdá sa ti, že šíp preletí dráhu od luku do terča? Zdať sa ti to môže, ale v skutočnosti je to nemožné. Pretože ak má šíp preletieť do terča, musí najprv preletieť do polovice dráhy. A ak má preletieť do tej polovice, musí najprv preletieť do polovice z tej polovice (teda do štvrtiny). Ale ak sa má dostať do štvrtiny, musí najprv preletieť do polovice z tej štvrtiny. A takto sa dá uvažovať do nekonečna a preto šíp nikdy luk nemôže opustiť.“

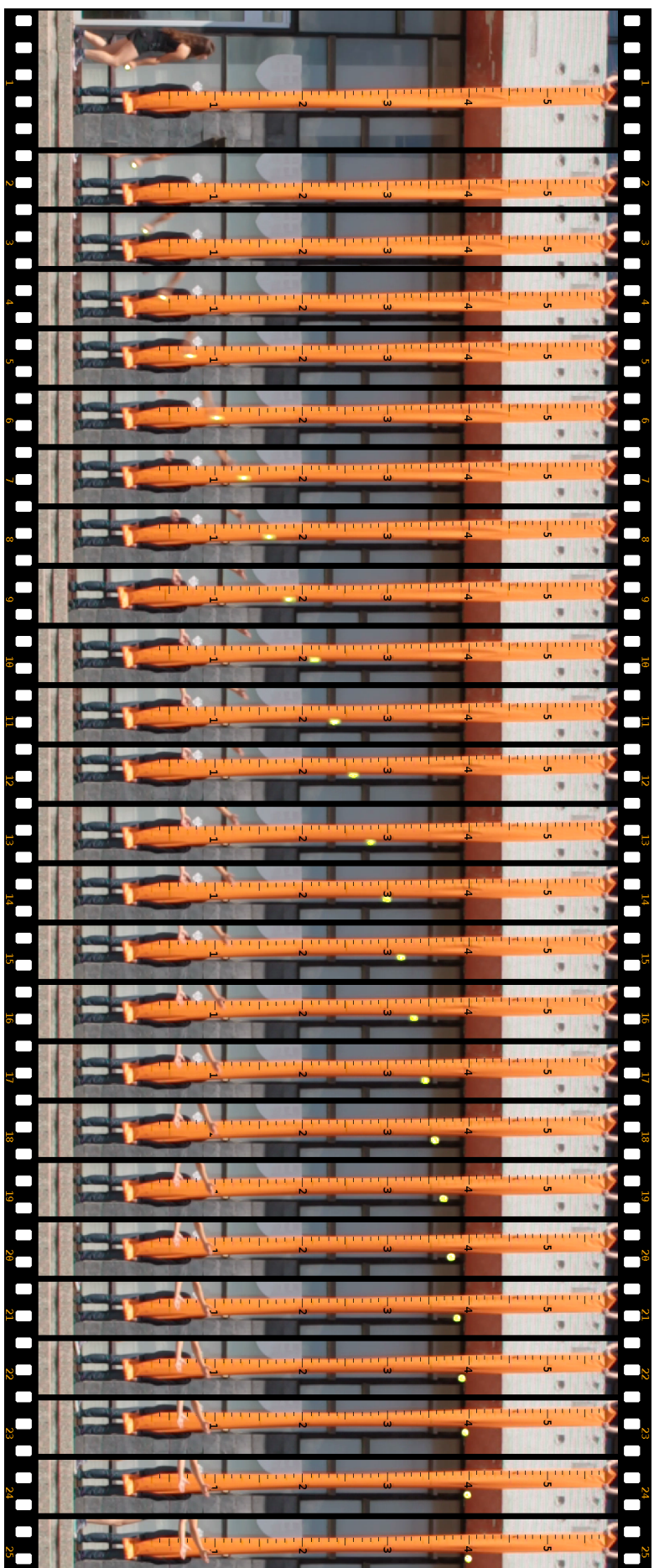
Úloha 1: Je Zenonova úvaha správna? Ak je, čím to je, že naše zdanie tak veľmi odporuje realite? Ak nie je, kde je v nej chyba? (Nejde o to dať naučenú odpoveď – ide o to naozaj nájsť čo najlepší dôvod.))

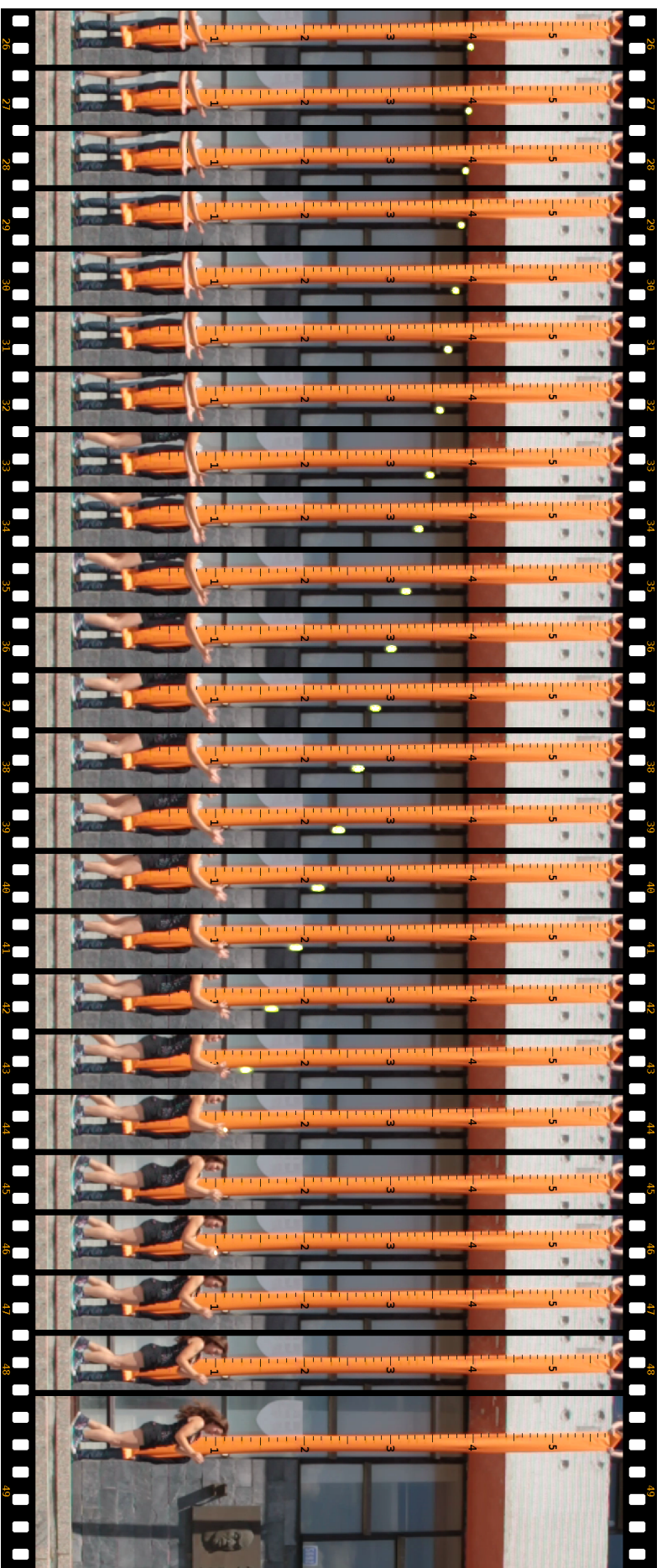
Prvá odpoveď:¹

Druhá odpoveď:

Na odpoveď na Zenonovu otázku, ktorá by bola dostatočne uspokojivá, si muselo ľudstvo pár tisíc rokov počkať. Aj my odložíme úplne presnú odpoveď na neskôr. Poďme sa teraz zaoberať pohybom spôsobom, akým nám to umožňuje súčasná technika, konkrétne kino.

1 Ako prvú odpoveď zaznačte to, čo vymyslíte. Ako druhú to, čo sa vám zdalo najlepšie spomedzi všetkých odpovedí.





Na predošlých dvoch stranách vidíte záznam, na ktorom Andä pred matfyzom hádže tenisovú loptičku popri oranžovom páse s mierkou (mierka je v metroch).² Frekvencia záznamu je 25 snímok za sekundu. Z tohto záznamu sa dá vypočítavať mnoho vecí. Nasleduje niekoľko otázok, na ktoré sa pokúste dať čo najpresnejšie odpovede. Upozorňujeme ale, že odpovede nemusia byť jednoznačné. Použitie meradiel, kalkulačiek, tabuľkového kalkulátora či iných pomôcok je chvályhodné a odporúčané.

Lahké otázky

Úloha 2: Na koľkom snímku opustila tenisová loptička Andinu ruku?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 3: Na koľkom snímku bola loptička najvyššie?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 4: Na koľkom snímku Andä loptičku znovu chytila?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 5: Ako dlho loptička letela?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Trochu ťažšie otázky

Úloha 6: Akú rýchlosť mala loptička na snímku č. 25?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 7: Akú rýchlosť mala loptička na snímku č. 10?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 8: O koľko sa zmenila rýchlosť medzi snímkami č. 37 a č. 38?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Ako ste zisťovali svoje prvé odpovede?

² Týmto ďakujem Andí, Maťovi, Johy a Miške za pomoc pri tvorbe tohto záznamu.

Ešte ťažšie otázky

Úloha 9: Akú najväčšiu rýchlosť loptička dosiahla?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 10: Akú priemernú rýchlosť loptička dosiahla?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 11: Na ktorom snímku dosiahla loptička rýchlosť 1 m/s ?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 12: Keď si budeme všímať iba tie snímky, kde loptička letela, medzi ktorými dvomi nastala najväčšia zmena rýchlosti?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 13: O koľko sa zmenila rýchlosť medzi snímkami č. 43 a č. 44? O koľko sa zmenila rýchlosť medzi snímkami č. 44 a č. 45?

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Úloha 14 (nepovinná pre machrov fyzikov): Keď Andä chytla loptičku, akou silou na ňu pôsobila? (Loptička váži $56,7 \text{ g}$.)

Prvá odpoveď:

Druhá odpoveď:

Ako ste zisťovali svoje prvé odpovede?

Úloha na premyslenie do ďalšej lekcie: Ako rýchlo sa mení funkcia $y = -4,8x^2 + 9,8x - 1$ ak je $x = 0,4$? Ako by sa vôbec dalo niečo také zistiť? Čo to má spoločné s úlohou 7? Čo má tá funkcia spoločné s hádzaním loptičky?

Sem napíš akékoľvek ďalšie postrehy. Čo ťa zmätlo? Čo sa ti zdalo zaujímavé? Čo z vecí, čo sa ti páčili, bolo povedané na hodine a v texte nie je? Čo treba na texte zmeniť?